

Hong Kong Mathematics Olympiad (2007 – 2008)

Final Event 1 (Group)

香港數學競賽 (2007 – 2008)

決賽項目 1 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

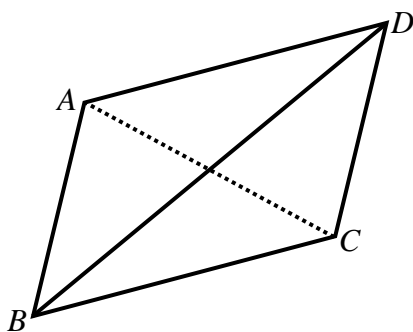
1. 已知坐標平面上三點： $O(0, 0)$ 、 $A(12, 2)$ 及 $B(0, 8)$ 。 $\triangle OAB$ 經直線 $y=6$ 作反射後得 $\triangle PQR$ 。若 $\triangle OAB$ 及 $\triangle PQR$ 重疊部分的面積是 m 平方單位，求 m 的值。

Given that three points on the coordinate plane: $O(0, 0)$, $A(12, 2)$ and $B(0, 8)$. A reflection of $\triangle OAB$ along the straight line $y = 6$ creates $\triangle PQR$. If the overlapped area of $\triangle OAB$ and $\triangle PQR$ is m square units, find the value of m .



2. 如圖一， $ABCD$ 是平行四邊形， $BA = 3$ cm、 $BC = 4$ cm 及 $BD = \sqrt{37}$ cm。若 $AC = h$ cm，求 h 的值。

In Figure 1, $ABCD$ is a parallelogram with $BA = 3$ cm, $BC = 4$ cm and $BD = \sqrt{37}$ cm. If $AC = h$ cm, find the value of h .



圖一

Figure 1

3. 已知 x 、 y 及 z 為正整數及分數 $\frac{151}{44}$ 可寫成 $3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$ 。求 $x + y + z$ 的值。

Given that x , y and z are positive integers and the fraction $\frac{151}{44}$ can be written in the form

$3 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}}$. Find the value of $x + y + z$.

4. 當 491 除以一兩位數，餘數是 59。求這兩位數。

When 491 is divided by a two-digit integer, the remainder is 59. Find this two-digit integer.

Hong Kong Mathematics Olympiad (2007 – 2008)

Final Event 2 (Group)

香港數學競賽 (2007 – 2008)

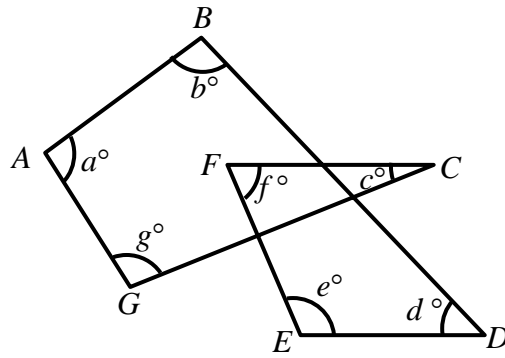
決賽項目 2 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 如圖一， BD 、 FC 、 GC 及 FE 為直線。若 $z = a + b + c + d + e + f + g$ ，求 z 的值。

In Figure 1, BD , FC , GC and FE are straight lines. If $z = a + b + c + d + e + f + g$, find the value of z .



圖一

Figure 1

2. 若 $1^6 + 2^6 + 3^6 + 4^6 + 5^6 + 6^6$ 被 7 除後的餘數是 R ，求 R 的值。

If R is the remainder of $1^6 + 2^6 + 3^6 + 4^6 + 5^6 + 6^6$ divided by 7, find the value of R .

3. 若 $14!$ 能被 6^k 整除，其中 k 為整數，求 k 的最大可能值。

If $14!$ is divisible by 6^k , where k is an integer, find the largest possible value of k .

4. 設實數 x 、 y 及 z 滿足 $x + \frac{1}{y} = 4$ ， $y + \frac{1}{z} = 1$ 及 $z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$ 。求 xyz 的值。

Let x , y and z be real numbers that satisfy $x + \frac{1}{y} = 4$, $y + \frac{1}{z} = 1$ and $z + \frac{1}{x} = \frac{7}{3}$. Find the value of xyz .



Hong Kong Mathematics Olympiad (2007 – 2008)

Final Event 3 (Group)

香港數學競賽 (2007 – 2008)

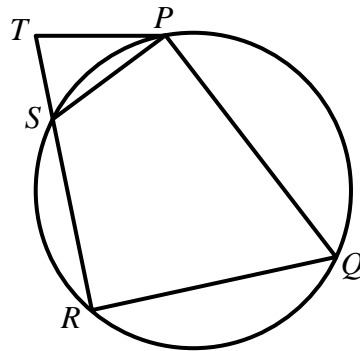
決賽項目 3 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 如圖一， $PQRS$ 是一圓內接四邊形，其中 S 在直線 RT 上且 TP 為該圓的切線。若 $RS = 8\text{ cm}$ 、 $RT = 11\text{ cm}$ 及 $TP = k\text{ cm}$ ，求 k 的值。

In Figure 1, $PQRS$ is a cyclic quadrilateral, where S is on the straight line RT and TP is tangent to the circle. If $RS = 8\text{ cm}$, $RT = 11\text{ cm}$ and $TP = k\text{ cm}$, find the value of k .

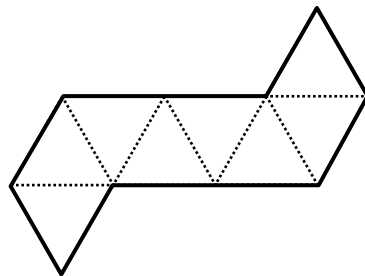


圖一

Figure 1

2. 圖二中的摺紙圖樣能摺出一多面體。若該多面體有 v 個頂點，求 v 的值。

The layout in Figure 2 can be used to fold a polyhedron. If this polyhedron has v vertices, find the value of v .



圖二

Figure 2

3. 對任意實數 x ，定義 $[x]$ 是小於或等於 x 的最大整數。例如， $[2]=2$ 及 $[3.4]=3$ 。求 $[1.008^8 \times 100]$ 的值。

For arbitrary real number x , define $[x]$ to be the largest integer less than or equal to x . For instance, $[2]=2$ and $[3.4]=3$. Find the value of $[1.008^8 \times 100]$.

4. 當從標明了 1 至 30 的 30 個號碼球中選出 4 個，而選出的球均不放會重選時，能得 r 個組合。求 r 的值。

When choosing, without replacement, 4 out of 30 labelled balls that are marked from 1 to 30, there are r combinations. Find the value of r .

Hong Kong Mathematics Olympiad (2007 – 2008)

Final Event 4 (Group)

香港數學競賽 (2007 – 2008)

決賽項目 4 (團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest forms.

1. 利用相同的正 m 邊形能密鋪平面，求所有可能 m 值的總和。

Regular tessellation is formed by identical regular m -polygons for some fixed m . Find the sum of all possible values of m .

2. 在 3624、36024、360924、3609924、36099924、360999924 及 3609999924 這七個數字中，能被 38 整除的有 n 個，求 n 的值。

Amongst the seven numbers 3624, 36024, 360924, 3609924, 36099924, 360999924 and 3609999924, there are n of them that are divisible by 38. Find the value of n .

3. 若 $208208 = 8^5a + 8^4b + 8^3c + 8^2d + 8e + f$ ，其中 a 、 b 、 c 、 d 、 e 及 f 為整數且 $0 \leq a, b, c, d, e, f \leq 7$ ，求 $a \times b \times c + d \times e \times f$ 的值。

If $208208 = 8^5a + 8^4b + 8^3c + 8^2d + 8e + f$, where a, b, c, d, e and f are integers and $0 \leq a, b, c, d, e, f \leq 7$, find the value of $a \times b \times c + d \times e \times f$.

4. 在坐標平面上，點 $A(6, 8)$ 繞圓點 $O(0, 0)$ 逆時針旋轉 20070° 至點 $B(p, q)$ 。求 $p + q$ 的值。

In the coordinate plane, rotate point $A(6, 8)$ about the origin $O(0, 0)$ counter-clockwise from 20070° to point $B(p, q)$. Find the value of $p + q$.